

# 3P045 : Mécanique analytique

Contact : **Andrea GAUZZI (physique)**      **X (mathématiques)**      **Y (mécanique)**  
IMPMC-UPMC  
téléphone : 01 44 27 42 16  
[andrea.gauzzi@upmc.fr](mailto:andrea.gauzzi@upmc.fr)

## 1. Descriptif de l'UE

Volumes horaires globaux : **CM : 30h, TD : 30h**

Nombre de crédits de l'UE : **6 ECTS**

Mention : Majeure et mineure de Physique, de Mathématiques ou de Mécanique

Période où l'enseignement est proposé : **S6**

**Pré-requis** : 1P001, 1P004, 2P010, 1M001, 1M002

## 2. Présentation pédagogique de l'UE

### a) Thèmes abordés

#### I. Mécanique lagrangienne

- Introduction aux principes variationnelles et au calcul des variations. La courbe brachistochrone. Le problème de l'obstacle. Solutions dans le domaine des fonctions et des distributions.
- Le principe variationnelle en mécanique. Fonction de Lagrange (ou Lagrangien) et principe de moindre action. Equations de Lagrange. Champ d'application.
- Le Lagrangien d'un point matériel, d'un système de points matériels et d'un solide rigide. Exemples et applications.
- Lois de conservation. Principe d'inertie. Théorème du viriel.
- Intégration des équations du mouvement. Systèmes linéaires et non-linéaires. Exemples : toupie symétrique, oscillations harmoniques à  $N$  degrés de liberté, vibrations de molécules, diffusion de Rutherford.

#### II. Mécanique hamiltonienne

- Les transformations de Lagrange. Signification géométrique et applications. Variables conjuguées. La fonction de Hamilton et sa signification physique.
- Equations de Hamilton. Crochets de Poisson et algèbre de Poisson. Applications.
- Principe de Maupertuis. Applications. Principe de Fermat et géodésiques.
- Transformations canoniques. Coordonnées et impulsions généralisées. Applications.
- Théorème de Liouville. Signification géométrique. Applications.
- Equations de Hamilton-Jacobi. Intégration des équations du mouvement par séparation des variables. Applications.

### b) Acquis attendus

- Apprendre une nouvelle approche pour l'étude des systèmes mécaniques basées sur une formulation formelle de la mécanique. Acquérir des nouveaux outils mathématiques, tels que le calcul des variations et l'algèbre de Poisson.
- L'étudiant devra apprendre à déterminer lui-même la meilleure stratégie de résolution d'un problème de mécanique, en identifiant avantages et inconvénients des formulations lagrangienne ou hamiltonienne du problème.

### c) Bibliographie conseillée

- L. D. Landau, E. Lifchitz, *Physique théorique: Mécanique*, vol. 1 (Editions MIR, 1960).
- C. Potel, *Principes et Applications de Mécanique Analytique : Cours, exercices corrigés, planches de synthèse* (Editions Cépaduès, 2006).

### d) Organisation pédagogique

2h par semaine de cours et 2h par semaine dédiées à la résolution de problèmes.

### e) Modalités d'évaluation

Contrôles en cours de semestre : 50/100

Examen écrit de fin de semestre : 50/100